Giochiamo con le torri

Avete a disposizione dei blocchetti o dei mattoncini tutti uguali tra loro, come quelli con cui avete probabilmente giocato da piccoli, provando diversi tipi di costruzioni. Qui ci occuperemo di torri di varie altezze, cioè costruzioni ottenute piazzando un po' di cubetti uno sopra l'altro.

A) Costruite due torri, una alta 9 blocchetti e l'altra alta 5.
Ora potete soltanto spostare i blocchetti da una torre all'altra, senza usare blocchetti in più o in meno: riuscite a fare in modo che le due torri abbiano la stessa altezza?
Se ci siete riusciti, descrivete come avete fatto e da quanti blocchetti è formata alla fine ogni torre.
Se non ci siete riusciti, spiegate che cosa ve lo ha impedito.

B) Costruite (o immaginate di costruire) cinque torri, una di 4, una di 5, una di 8, una di 12 e una di 16 blocchetti.
Come prima, potete soltanto spostare i blocchetti da una torre all'altra, senza usare blocchetti in più o in meno: riuscite a fare in modo che le cinque torri abbiano la stessa altezza?
Se non ci siete riusciti, spiegate che cosa ve lo ha impedito.
Se ci siete riusciti, descrivete come avete fatto e da quanti blocchetti è formata alla fine ogni torre. In particolare, spiegateci se avete usato lo stesso metodo descritto nella risposta alla domanda A.

C) Calcolate ora l'altezza media delle cinque torri della domanda B.
Se non sapete come si fa o non ve lo ricordate, ve lo diciamo noi: l'altezza media delle cinque torri si calcola sommando i valori delle cinque altezze e poi dividendo il risultato per cinque (se aveste un numero qualsiasi n di torri, dovreste sommare i valori delle n altezze e dividere il risultato per n).
Vi aspettavate il risultato che avete trovato? Perché?

D) Con gli stessi blocchetti che avevate a disposizione per le domande B e C (non uno di più e non uno di meno), costruite sei torri anziché cinque.
Quale è l'altezza media di queste sei torri?
Riuscite in questo caso a costruire sei torri della stessa altezza?
Se ci siete riusciti, descrivete come avete fatto e da quanti blocchetti è formata alla fine ogni torre.
Se non ci siete riusciti, spiegate che cosa ve lo ha impedito.

E) Ora costruite cinque torri: due di 4, una di 5 e due di 7 blocchetti. Il vostro insegnante vi dice di aver costruito e nascosto una sesta torre: non vi svela di quanti blocchetti è composta, ma vi dice solo che, se si usassero i blocchetti delle vostre cinque torri e quelli della sua per costruire sei torri di uguale altezza, queste sarebbero composte da 7 blocchetti ciascuna.
Potete scoprire da quanti blocchetti è composta la torre nascosta dal vostro insegnante?
Se sì, diteci da quanti blocchetti è composta e come avete fatto a scoprirlo.

Giochiamo (ancora un po') con le torri

F) Usando lo stesso numero di blocchetti usati nella domanda E per costruire le prime cinque torri, un vostro compagno ne costruisce altre cinque, senza dirvi l'altezza di ciascuna. Come prima, successivamente l'insegnante costruisce una sesta torre in modo che l'altezza media delle sei torri sia di 7 blocchetti.
Potete scoprire da quanti blocchetti è composta la sesta torre anche se non sapete da quanti blocchetti è composta ciascuna delle prime cinque torri?
Se sì, diteci da quanti blocchetti è composta la sesta torre e che ragionamento avete fatto per scoprirlo.

G) E ora una serie di domande che potrebbero sembrare molto più difficili, unicamente perché hanno a che vedere con numeri più grandi. Vi consigliamo di rispondere senza costruire le torri, ma soltanto immaginandole: anche se aveste abbastanza blocchetti, con questi numeri è facilissimo perdere il conto o… far cadere le torri!
Avete quattro torri rispettivamente da 25, 37, 58 e 64 blocchetti, e volete costruire una quinta torre.
Di quanti blocchetti avete bisogno se volete che l'altezza media delle 5 torri sia di 40 blocchetti?
E se volete che sia di 30 blocchetti?
E di 50?
Spiegate ogni volta il ragionamento che fate per rispondere.
ATTENZIONE: può essere che qualcuna di queste richieste sia impossibile!